**Методические рекомендации. Финансовая математика. ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ.**

**Определение 1.1.** Процентные ставки называются простыми, если они применяются к одной и той же первоначальной денежной сумме в течение всего периода начисления.

При начислении процентных ставок используют два метода: метод наращения и метод дисконтирования.

**1.1. Наращение по простой процентной ставке**

**Метод наращения** используется для простых ставок ссудных процентов, которые обычно применяются в краткосрочных операциях, когда интервал начисления совпадает с периодом и составляет, как правило, меньше года.

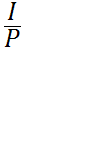
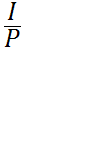
Введем обозначения:

Р– современная величина денег, или величина первоначальной денежной суммы;

I*(Interest)* – сумма процентных денег, выплачиваемых за год.

Простая годовая ставка ссудного процента (далее просто процентная ставка) будет определяться по формуле

i=\*100%



где * (Interest)* – процент, * (Rate)* – ставка.

В дальнейшем мы будем использовать относительную величину процентной ставки (десятичную дробь): вместо I = 10% будем писать I = 0,1 Обозначим через  продолжительность периода начисления процента в годах. Тогда общая сумма процентов за весь период начисления равна:

I= Pin

Обозначим через S будущее значение денег (наращенная сумма) и запишем формулу для ее нахождения: 

S = P + I

Отношение будущей суммы к текущей сумме называется коэффициентом наращения и обозначается следующим образом:

k =



Учитывая предыдущие формулы, получим окончательный вид для определения наращенной суммы по годовой процентной ставке.

S = P ( 1 + ni) ( 1 )

Из предыдущей формулы найдем коэффициент наращения:

k = 1 + n i

Обозначим через t – продолжительность периода начисления в днях, K– продолжительность года в днях, эта величина называется временной базой для расчета процентов, когда срок проведения операции корректируется по формуле

n =



С учетом этого основная формула для определения наращенной суммы для краткосрочной операции, сроком менее одного года будет иметь вид:

S =P (1 + i ) (2 )



В зависимости от способа определения продолжительности финансовой операции различают **точный** или **коммерческий** процент.

**Точный процент** получают, когда временная база  равняется фактическому числу дней в году (365 или 366), а в качестве  берется точное число дней ссуды. Дата выдачи и дата погашения ссуды считается за один день. Точное число дней ссуды определяется по специальной таблице, где указывается порядковый номер каждого дня года.

**Обыкновенный,** или **коммерческий,** процент получают, если в качестве временной базы К используют условный или финансовый год, который равен 360 дням (каждый месяц по 30 дней).

Срок операции в днях может быть приблизительным (каждый месяц по 30 дней) и точным. Таким образом, в зависимости от параметров  и  возможны следующие варианты начисления процентов:

1.  или  – точное число дней проведения операции и фактическое количество дней в году;(английская практика)

2.  – точное число дней проведения операции и финансовый год;(французская практика)

3.  – приблизительное число дней и финансовый год.(германская практика)

Приблизительное число дней проведения операций используется, когда не требуется большая точность, например, при частичном погашении займа, а обыкновенный или коммерческий процент более удобно использовать в аналитических расчетах. Точные проценты обычно используются в официальных методиках Центрального банка России.

**Пример 1.** Ссуда в размере 50 тысяч денежных единиц выдана на 6 месяцев по простой ставке процентов 28 % годовых. Определить наращенную сумму.

**Решение.** Используем формулу ( 1 )

S =50 000(1+0,28∙0,5)=57 000(руб.).

**Ответ.** Наращенная сумма равна 57 000руб.

**Пример 2.** Кредит в размере 10 миллионов рублей выдан 2 марта до 11 декабря под 30 % годовых. Год високосный. Определить размер наращенной суммы для различных вариантов расчета процента.

**Решение.** Точный процент находим по формуле;; *FV*=10 000 000(1+0,30∙284/360 )=12 327 868 (руб.)

Коммерческий процент с точным числом дней в году найдем по формуле (2) t=284 дня

S *=* 10 000 000 (1+ 0,3∙284/360 )=12 366 666 (руб.)

Коммерческий процент с приближенным числом дней в году найдем по формуле t =(30 дней.∙8 мес.=240)+(29 дней. марта)+(11 дней. декабря)= 240+40=280;S= 10 000000 (1+ 0,3∙280/360 ) = 12 333333 (руб.).

**Ответ.** Наращенная сумма, полученная при начислении точного процента равна 12 327 868руб . Наращенная сумма, полученная при начислении коммерческого процента с точным числом дней в году равна 12 366‍ 666руб. Наращенная сумма, полученная при начислении коммерческого процента с приближенным числом дней в году равна 12 333 333руб.

**Пример 3.** Найти сумму простого процента начисляемого за ссуду 3 000 руб. на 5 месяцев при годовой ставке 7%.

**Ответ.** Сумма простого процента составит 87,5руб.

**Пример 4.** Найти точный простой процент и итоговую сумму, если 5 000 руб. даны взаймы на 100 дней при годовой процентной ставке 4 %.

**Решение.** Используем формулу ( 1 )

**Ответ.** Сумма простого процента составит 54,8руб, а наращенная сумма – 5 054,8руб.

**Пример 5**. Человеку, который инвестировал 100 000 руб, возмещено 101 000 руб. девяноста днями позже. С какой годовой ставкой зарабатывались эти деньги при обыкновенном простом проценте?

**Решение.** Итак, нам известны *S=*101 000*, P=*100 000? t*=*90*,*

n *=*t*/*360*=*90/360=1/4 = 0,25. Воспользуемся формулой I= Pin

i*=* 0,04 или 4 % годовых.

**1.2. Метод дисконтирования по простым процентам. Математическое дисконтирование (*PV* по *r*)**

**Определение 1.2** Дисконтированием называют приведение стоимостного показателя, относящегося к будущему на некоторый более ранний промежуток времени (т.е. по величине S находим P). В этом случае говорят, что сумма S дисконтируется или учитывается.

Процесс начисления процентов и их удержание в этом случае называют **учетом**, а сами удержанные проценты – **дисконтом***.*

Величину P, найденную с помощью дисконтирования, называют **современной капитализированной стоимостью**

В зависимости от вида процентной ставки применяют два метода дисконтирования:

1) **математическое дисконтирование** (используется обычная процентная ставка I );

2) **коммерческое дисконтирование,** или **банковский учет,** (применяется учетная процентная ставка ).

**Математическое дисконтирование**представляет собой задачу, обратную наращению, и сводится к определению величины P по известным величинам S, I и числа периодов , то есть из формулы S = P ( 1 + ni) ( 1 )

следует P = или P =



Разность между будущей и текущей суммами называют **дисконтом**

D = S - P

**Пример 1.**Кредит выдается под простую ставку 26 % годовых на 250 дней. Рассчитать сумму, полученную заемщиком и дисконт (сумма процентных денег), если требуется вернуть 40 млн.руб.

**Решение. Р =** (руб.);



Тогда разность между будущей и текущей суммами будет равна D=S- P= 6044142(руб).

**Ответ.** Сумма, полученная заемщиком, составит 33 955 857 руб., сумма процентных денег – 6 044 142 руб.

**Пример 2**. Через 60 дней после займа Иванов выплатил ровно 10 000рублей. Сколько было занято, если 10 000 денежных единиц включают основную сумму и обыкновенный простой процент при 12 %?

**Ответ.** Сумма займа составляет 9 803,9рублей.

**1.3. Коммерческое дисконтирование или банковский учет (P по d)**

При способе начисления процентов сумма получаемого дохода рассчитывается исходя из суммы, получаемой по прошествии интервала начисления (т.е. из наращенной суммы). Эта сумма и считается величиной получаемого кредита или ссуды.

Так как в данном случае проценты начисляются в начале каждого интервала начисления, заемщик получает эту сумму за вычетом процентных денег. Такая операция называется **дисконтированием по учетной ставке**, а также **коммерческим** или **банковским учетом**.

**Определение 1.3.** Дисконт – это доход, получаемый по учетной ставке, т.е. разницы между размером кредита и непосредственно выданной суммы.

Введем обозначения:

 **–** относительная величина учетной ставки;

**D–** сумма процентных денег, выплачиваемых за год;

S**–** сумма, которая должна быть возвращена заемщиком в будущем.

Тогда учетная ставка вычисляется следующим образом: d =



Общая сумма процентных денег за весь период будет вычисляться по формуле: D = n d S

Сумма, получаемая заемщиком вычисляется, как разность между суммой, которая должна быть возвращенаS и будущей суммой процентных денег *()*, то есть P = S – D = S – n d S= S(1-n d)

таким образом, P = S(1-n d) (3)

или P = S (1 - (4)



Таким образом, получили основные формулы дисконтирования по учетной ставке.

При дисконтировании по учетной ставке, чаще всего используют временную базу  или .

**Пример 1.** Кредит выдается на полгода по простой учетной ставке 20 %. Рассчитать сумму, получаемую заемщиком, и дисконт , если требуется вернуть 30 млн.руб.

**Решение.** Воспользуемся формулами: (3) P =30 000000 ( 1-0,5\*0.2)=27 000000руб.

D = 3 000000 руб.

**Ответ.** Сумма, полученная заемщиком, составит 27 000 000 денежных единиц, сумма процентных денег – 3 000 000 денежных единиц.

Выполнить самостоятельно:

**1.Решите задачи, заполните таблицу.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Первоначальная сумма долга (млн. руб.) | Ставка процентов (простые проценты)  (%) | Срок ссуды  (лет) | Сумма долга к концу  срока (млн. руб.) |
| 1 | 120 | 34 | ? | 324 |
| 2 | 30 | 28 | 2 | ? |
| 3 | 240 | ? | 1.5 | 304.8 |
| 4 | ? | 12 | 6 | 86 |
| 5 | ? | 15 | 0.5 | 86 |

2. Решите задачи по различным методикам начисления процентов: а) английская практика

в) германская практика, с) французская практика

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Первоначальная сумма ссуды (млн. руб.) | Процентная ставка (простые проценты) (%) | Дата получения ссуды | Дата возврата ссуды | Размер ссуды к концу срока  (млн. руб.) |
| 1 | 10 | 20 | 01.06.09 | 01.06.10 | а) ? |
| 2 | 5 | 22 | 01.12.09 | 31.12.10 | в) ? |
| 3 | 2 | 18 | 01.04.09 | 31.05.10 | с) ? |